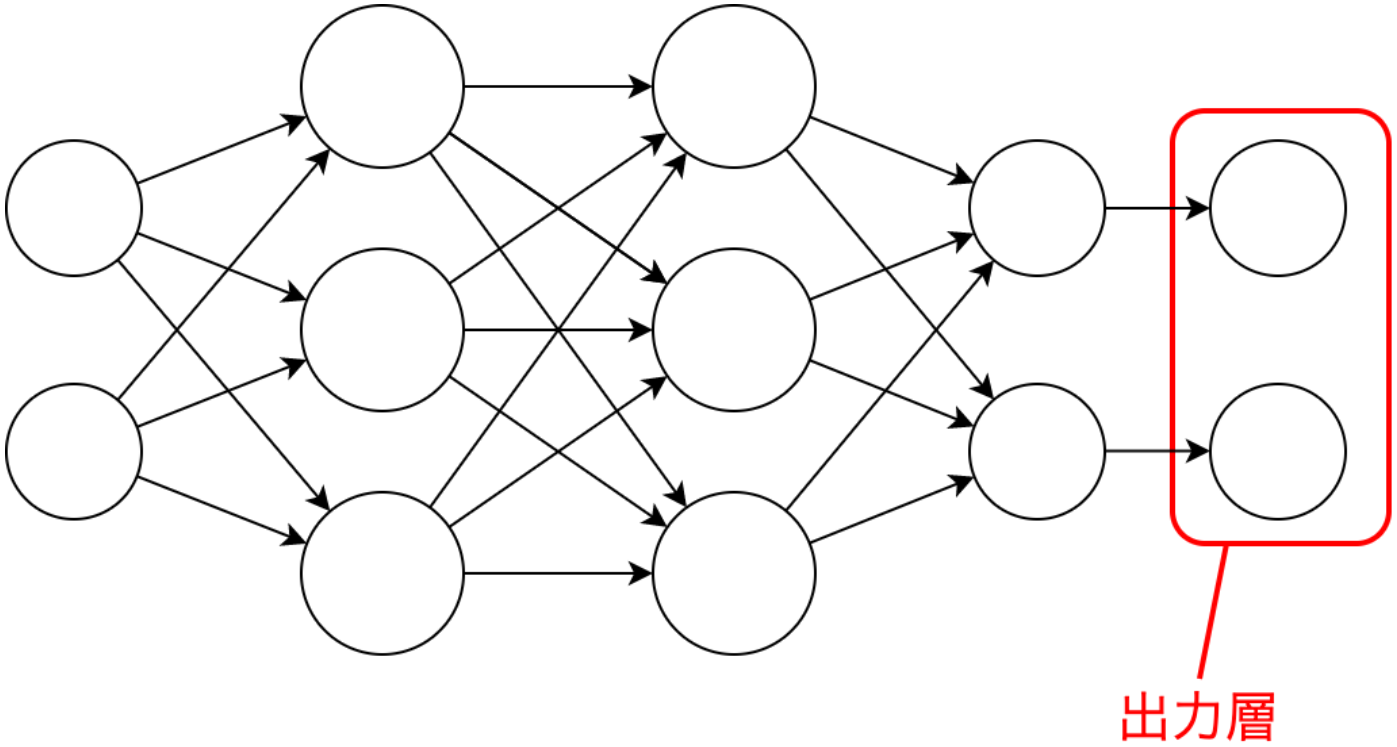
2. 出力層の設計

甲本健太

出力層とは

出力層（ニューラルネットワークの最後の部分）



出力関数の種類

恒等関数

- 与えられた入力をそのまま返す関数 $f(x) = x$
- 主に**回帰問題**で利用

ソフトマックス関数

- 総和が1になるように分配する関数
- 主に**分類問題**で使用

回帰問題・分類問題って？

分類問題

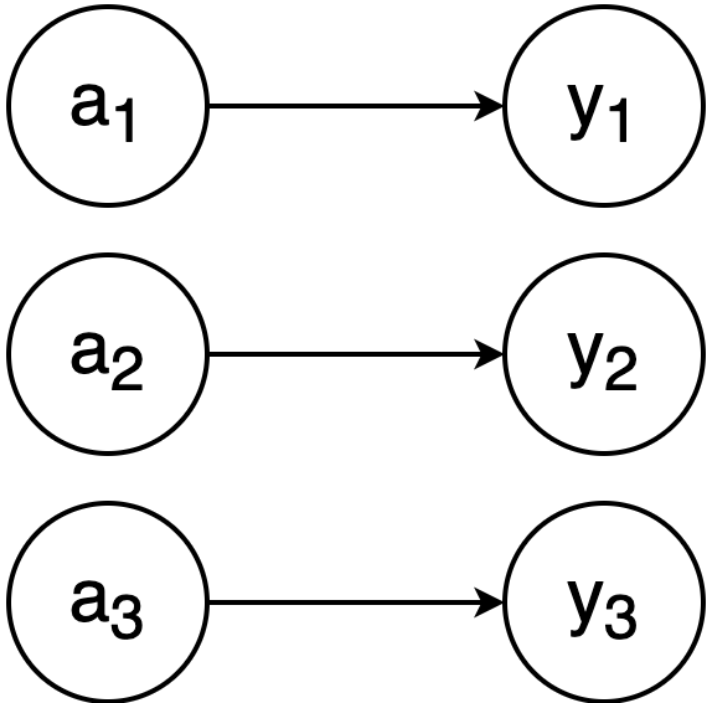
- 入力データがどのクラスに属するか分類する
- 「手書き数字の認識」など

回帰問題

- 入力データ数値の予測を行う
- 「株価の予想」など

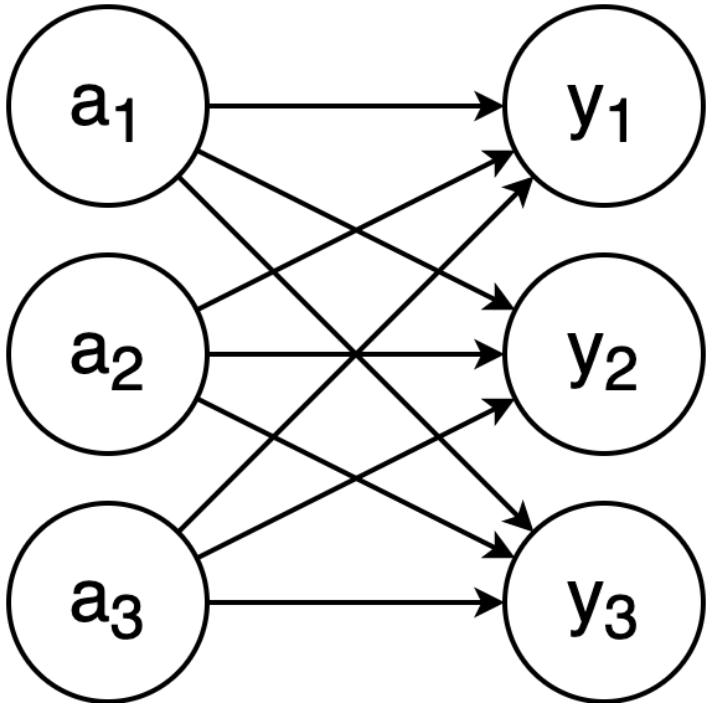
恒等関数

- 入力をそのまま返す



ソフトマックス関数 (1/2)

- 各入力を全ての入力の相対値にして返す



ソフトマックス関数 (2/2)

計算方法

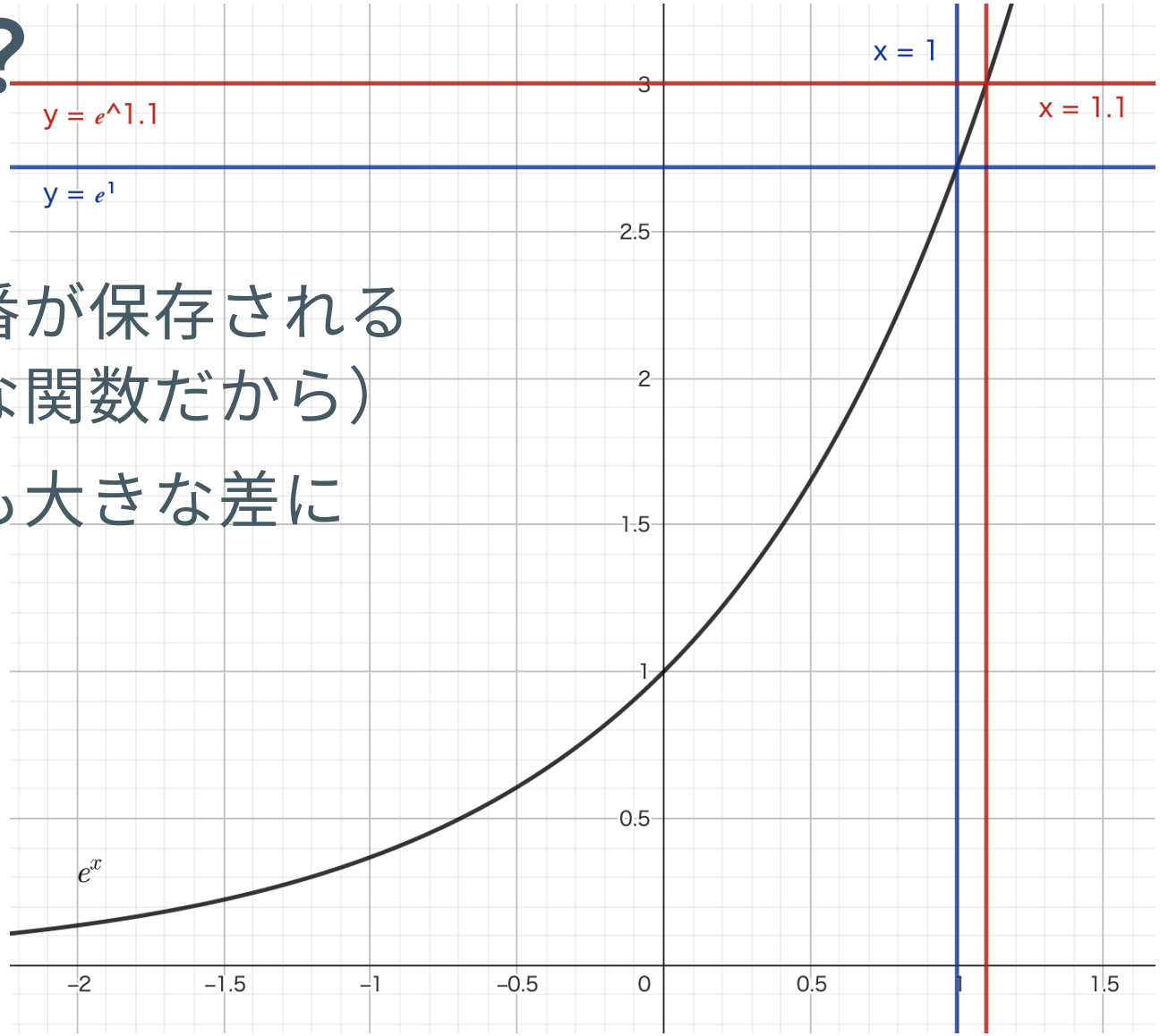
1. 全ての入力の指数を計算：$a'_k = e^{a_k}$
2. a'_kの合計を計算　　：$S = \sum_{i=1}^{n} a'_k$
3. 入力を合計でわる　　：$y_k = a'_k / S$

式

$$y_k = \frac{\exp(a_k)}{\sum_{i=1}^{n} \exp(a_i)}$$

なぜ指数？

- 大きさの順番が保存される
  （単調増加な関数だから）
- 少しの差でも大きな差に
  変換される



いざ実装！

```
>>> a = np.array([0.3, 2.9, 4.0])
>>>
>>> exp_a = np.exp(a)  # 指数関数
>>> exp_a
array([ 1.34985881, 18.17414537, 54.59815003])
>>>
>>> sum_exp_a = np.sum(exp_a)  # exp_a の総和
74.1221542101633
>>>
>>> y = exp_a / exp_a_sum  # 正規化
>>> y
array([0.01821127, 0.24519181, 0.73659691])  # ← 出力
```

関数にまとめよう (問題)

```
def softmax(a):
    # ↓ここにコードを書いてね



    return y
```

↓こうなればOK

```
>>> a = np.array([1.2, 6.0, 4.3, 2.1])
>>> softmax(a)
array([0.00679496, 0.82565803, 0.15083412, 0.0167129 ])
```

関数にまとめよう (解答)

```
def softmax(a):
    exp_a = np.exp(a)             # 指数を求める
    sum_exp_a = np.sum(exp_a)     # 合計を求める
    y = exp_a / sum_exp_a         # 合計で割る

    return y
```

オーバーフローに注意！ (1/3)

“ **オーバーフローとは**
数字がコンピュータに表現できる限界を超えてしまうこと ”

指数関数は簡単に桁が大きくなるため、オーバーフローが起きやすい

（Pythonでは小数型 `float` に無限大を示す値 `inf` が存在するのでエラーは起きません。代わりにWarningが出るようになっています。）

オーバーフローに注意！ (2/3)

- あらかじめ最大値を引いておきます
- 先に引いてからlogをとっても結果は変わらない！

$$
\begin{aligned}
y_k = \frac{\exp(a_k)}{\sum_{i=1}^{n}\exp(a_i)} &= \frac{\exp(a_k)\ /\ C}{\sum_{i=1}^{n}\exp(a_i)\ /\ C} \\
&= \frac{\exp(a_k)\ /\ \exp(a_{max})}{\sum_{i=1}^{n}\exp(a_i)\ /\ \exp(a_{max})} \\
&= \frac{\exp(a_k - a_{max})}{\sum_{i=1}^{n}\exp(a_i - a_{max})}
\end{aligned}
$$

オーバーフローに注意！ (3/3)

```
>>> a = np.array([1010, 1000, 900])
>>> np.exp(a) / np.sum(np.exp(a))
Warning...
array([nan, nan, nan])
>>>
>>> a_max = np.max(a)  # a_max = 1010
>>> a - a_max
array([   0,  -10, -110])
>>>
>>> np.exp(a - a_max) / np.sum(np.exp(a - a_max))
array([9.99954602e-01, 4.53978687e-05, 1.68883521e-48])
```

↑ちゃんと計算できた！

関数にまとめよう！ (問題)

```
def softmax(a):
    # ↓ここにコードを書いてね



    return y
```

↓こうなればOK

```
>>> a = np.array([1000, 1001, 999])
>>> softmax(a)
array([0.24472847, 0.66524096, 0.09003057])
```

関数にまとめよう！ (解答)

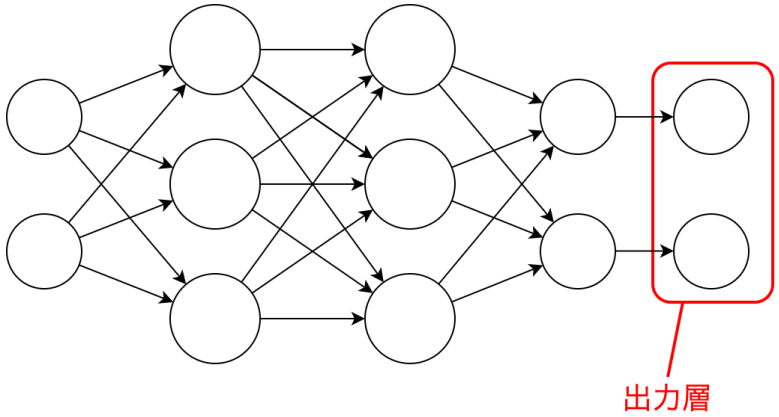
```
def softmax(a):
    a_max = np.max(a)
    exp_a = np.exp(a - a_max)
    sum_exp_a = np.sum(exp_a)
    y = exp_a / sum_exp_a

    return y
```

出力層のニューロン数は？

nクラス分類（入力をn種類に分類する問題）ではn個に設定する

例



- 手書き数字の認識（0〜9）では10個のニューロンを設定
- アルファベット（a〜z）の認識では26個に設定

まとめ

- 今回までで、パーセプトロンを勉強してきました
  1. 論理回路
  2. 行列、信号伝達の仕組み
- 次回は第3章の最終回**手書き数字の分類**です

今までで不安なところを復習する時間！